# SEMESTRAL

# UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

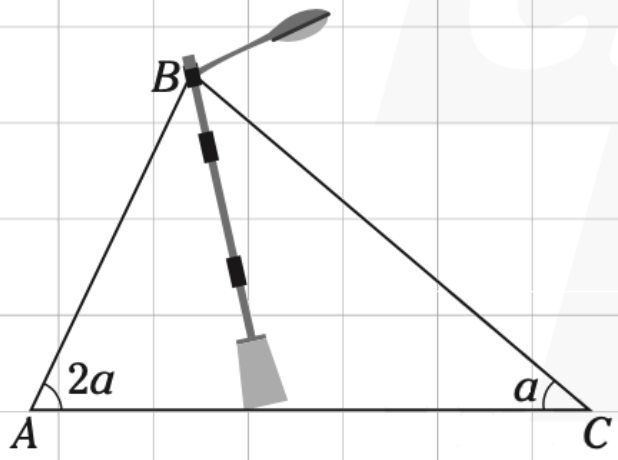
# TRIGONOMETRÍA

## DIRIGIDA

## SEMANA 19

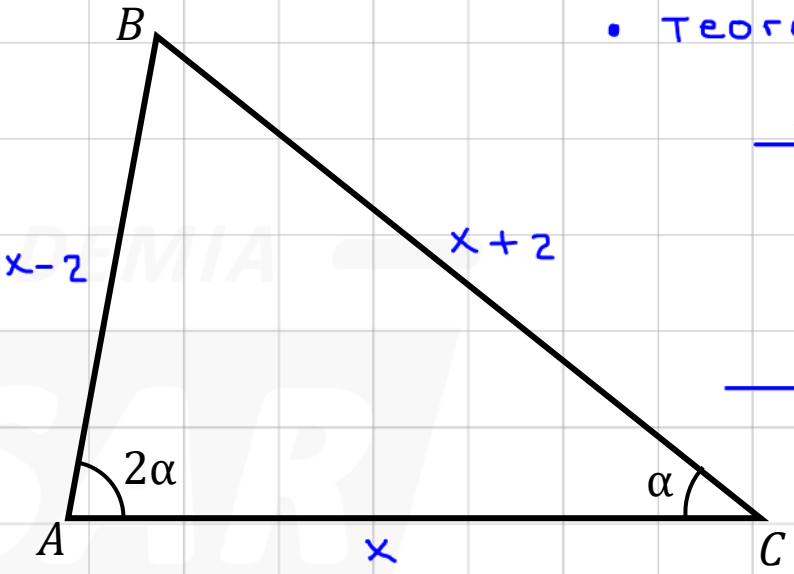
# PROBLEMA 1

Para sostener un poste inclinado se instalan los cables *AB* y *BC*, si las longitudes de los lados del triángulo *ABC* formado son números pares consecutivos, siendo *AB* y *BC* el menor y mayor de los lados respectivamente, entonces el valor de $4\cos\alpha$ es




A) 3 B) 1 C) 2
D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{2}$

## Resolución




• Teorema de senos

$$\frac{x-2}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{x+2}{\operatorname{sen}2\alpha}$$

$\operatorname{sen}2\alpha = 2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$

$$\cos\alpha = \frac{x+2}{2(x-2)} \quad \text{---- (I)}$$

• Teorema de cosenos

$$(x-2)^2 = x^2 + (x+2)^2 - 2(x)(x+2)\cos\alpha$$

$$(x-2)^2 - (x+2)^2 = x^2 - 2x(x+2)\cdot\frac{(x+2)}{2(x-2)}$$

$$-8x = x^2 - \frac{x(x+2)^2}{x-2} \longrightarrow -8 = x - \frac{(x+2)^2}{x-2}$$

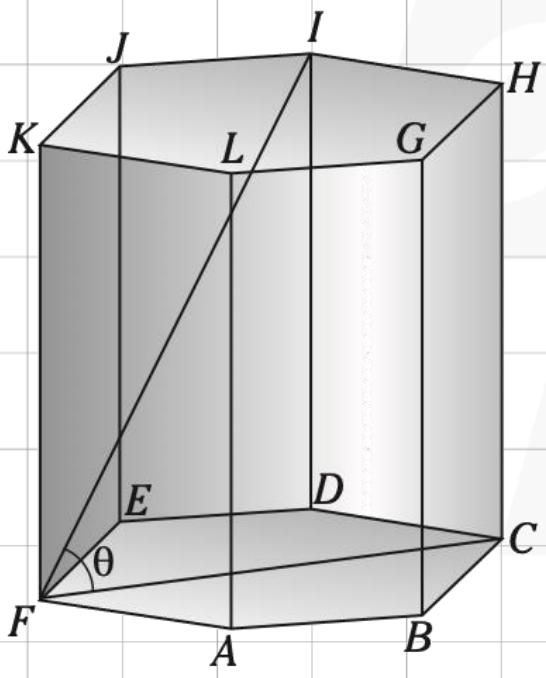
$$x = 10$$

En (I): $\cos\alpha = \frac{3}{4}$

$\therefore 4\cos\alpha = 3$

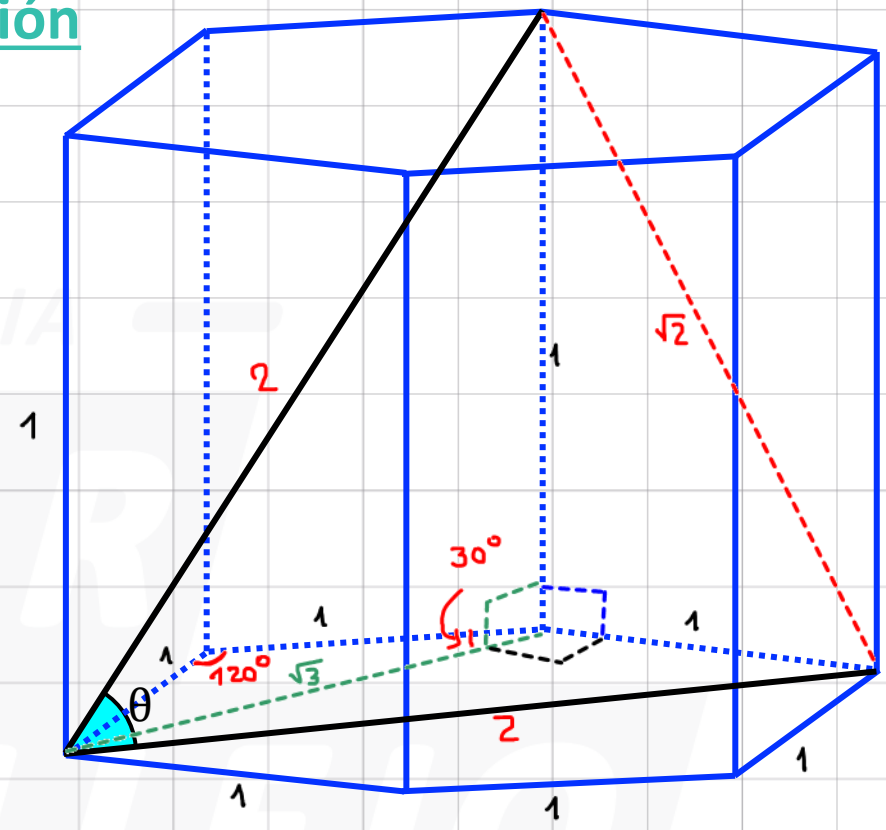
# PROBLEMA 2

De la figura, se tiene un prisma hexagonal regular, donde la longitud de la arista básica y lateral son de igual medida entonces el valor $4\cos\theta$ es




A) $2\sqrt{3}$
B) 1
C) 2
D) 3
E) $\sqrt{3}$

## Resolución



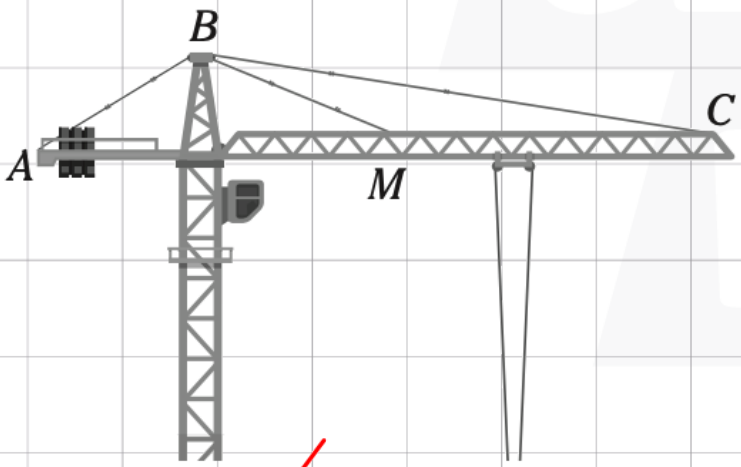

Teorema de cosenos

$$\sqrt{2}^2 = 2^2 + 2^2 - 2(2)(2)\cos\theta \longrightarrow \cos\theta = \frac{3}{4}$$

$$\therefore 4\cos\theta = 3$$

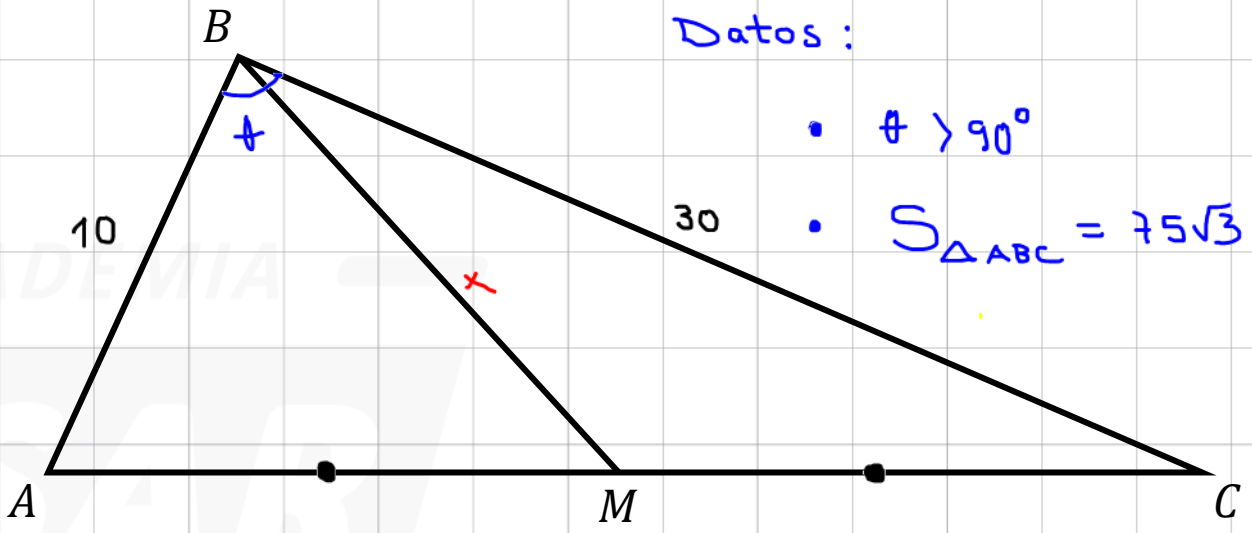
# PROBLEMA 3

En la figura se tiene una grúa torre en el cual $AB=10$m y $BC=30$m, con la intención de estabilizar la estructura se conecta el cable $BM$ siendo $M$ punto medio del segmento $AC$, además el área de la región triangular $ABC$ es $75\sqrt{3}\,m^2$. Entonces la longitud del cable $BM$ es: (Considere que el ángulo $ABC$ es obtuso.)




A) $2\sqrt{7}$ B) $5\sqrt{7}$ C) $\sqrt{13}$
D) $2\sqrt{13}$ E) $4\sqrt{7}$

## Resolución




Datos:

- $\theta > 90°$
- $S_{\triangle ABC} = 75\sqrt{3}$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{10 \cdot 30}{2}\operatorname{sen}\theta \longrightarrow 75\sqrt{3} = 150\operatorname{sen}\theta$$

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \longrightarrow \theta = 60°;\ 120°$$

- Teorema de la mediana

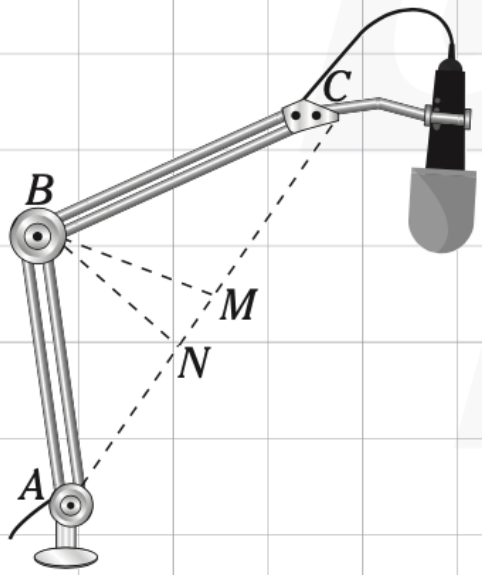
$$4x^2 = 10^2 + 30^2 + 2(10)(30)\cos\theta \quad \left(\cos\theta \to -\frac{1}{2}\right)$$

$$x^2 = 175$$

$$\therefore\ x = 5\sqrt{7}$$

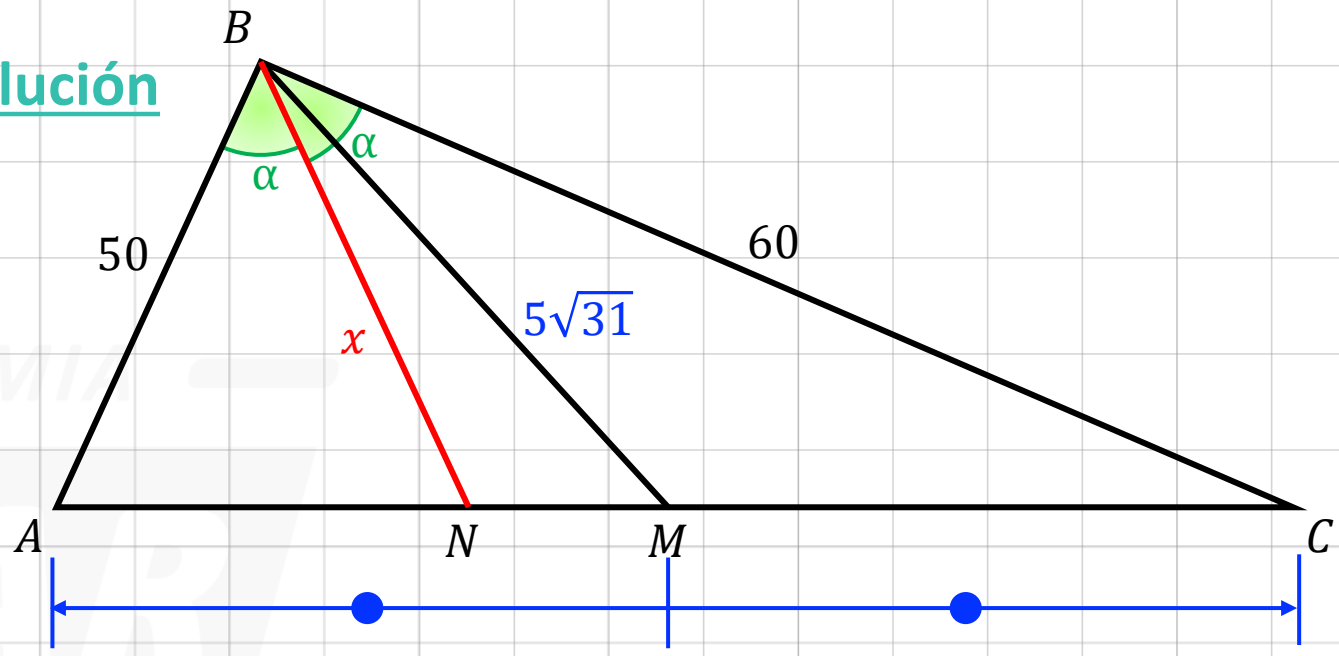
# PROBLEMA 4

En la figura se observa un brazo de soporte para un micrófono, en el cual $AB=50$ cm y $BC=60$ cm, además $BM$ y $BN$ son la mediana y la bisectriz respectivamente relativas al lado $AC$, determine la longitud de la bisectriz, considere que la mediana mide $5\sqrt{31}$ cm.




A) 26,5 B) 26,8 C) 27
~~D)~~ 27,2 E) 27,5

## Resolución




Teorema de la mediana

$$4(5\sqrt{31})^2 = 50^2 + 60^2 + 2(50)(60)\cos 2\alpha$$

$$10^2 \cdot 31 = 10^2 \cdot 25 + 10^2 \cdot 36 + 10^2 \cdot 60 \cos 2\alpha$$

$$-30 = 60\cos 2\alpha \longrightarrow \cos 2\alpha = -\frac{1}{2}$$

$$2\alpha = 120^\circ \longrightarrow \alpha = 60^\circ$$

Teorema de la bisectriz

$$x = \frac{2(50)(60)}{50+60}\cos\alpha \longrightarrow x = 27,2$$

($\cos\alpha \rightarrow 1/2$)

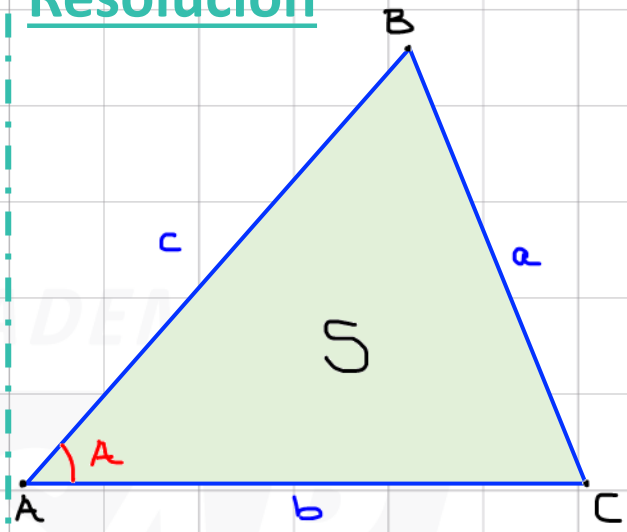
# PROBLEMA 5

En un triángulo $ABC$ de lados $a$, $b$ y $c$; donde $S$ representa el área de la región triangular, entonces el equivalente de la expresión es

$$E=\frac{a^2+b^2+c^2}{4S}$$

A) $\cot A+\cot B+\cot C$
B) $\tan A+\tan B+\tan C$
C) $\cos A+\cos B+\cos C$
D) $\operatorname{sen} A+\operatorname{sen} B+\operatorname{sen} C$
E) $\cot A\cot B\cot C$

## Resolución




- $S=\frac{bc}{2}\operatorname{sen}A \rightarrow \operatorname{sen}A=\frac{2S}{bc}$
- $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$$\rightarrow \cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

- $\cot A=\frac{\cos A}{\operatorname{sen}A}=\frac{\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}}{\frac{2S}{bc}} \rightarrow \boxed{\cot A=\frac{b^2+c^2-a^2}{4S}}$

Análogamente

$$\boxed{\cot B=\frac{a^2+c^2-b^2}{4S}} \qquad \boxed{\cot C=\frac{a^2+b^2-c^2}{4S}}$$

Luego

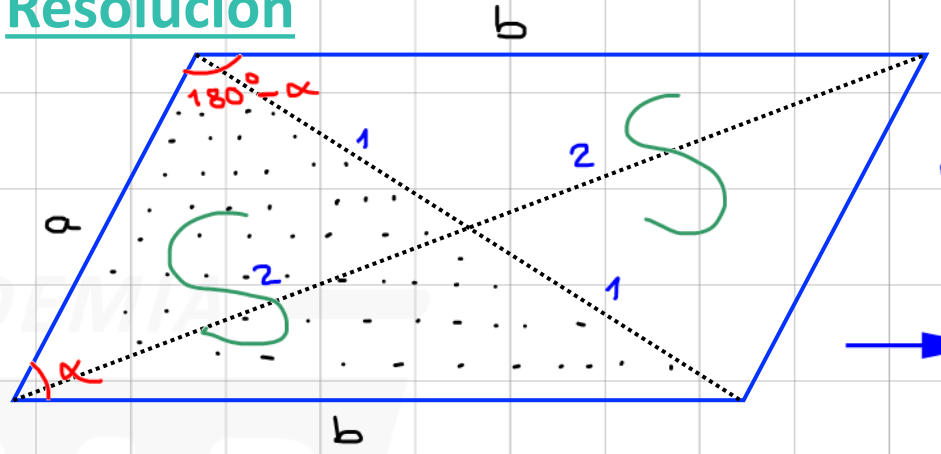
$$\cot A+\cot B+\cot C=\frac{a^2+b^2+c^2}{4S}$$

# PROBLEMA 6

En un paralelogramo el menor ángulo formado por sus lados mide $\alpha$ y sus diagonales miden 4 y 2. Entonces el área de la región paralelográmica en términos de $\alpha$ es

A) $2\tan\alpha$
B) $3\tan\alpha$
C) $\tan\alpha$
D) $4\tan\alpha$
E) $6\tan\alpha$

## Resolución




- $S = \frac{ab}{2}\operatorname{sen}\alpha$

$\rightarrow 2S = ab\operatorname{sen}\alpha$ ----(I)

- $4^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(180° - \alpha)$

$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$

$\rightarrow 16 = a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha$

- $2^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$

$12 = 4ab\cos\alpha \rightarrow ab = \frac{3}{\cos\alpha}$

En (I): $2S = \frac{3}{\cos\alpha}\cdot\operatorname{sen}\alpha$

$\therefore 2S = 3\tan\alpha$

# PROBLEMA 7

Si $A$, $B$ y $C$ son los ángulos de un triángulo, 6, 5 y 7 son las longitudes de sus lados opuestos a dichos ángulos respectivamente, calcule el valor de la expresión siguiente:

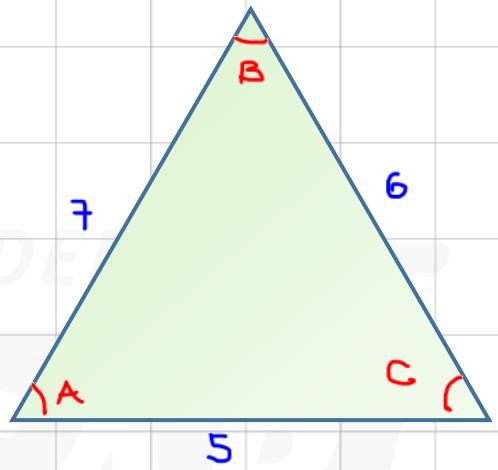
$$E=\frac{\operatorname{sen}(A+B)+\operatorname{sen}(B+C)+\operatorname{sen}(A+C)}{\operatorname{sen}A}$$

A) 6 B) 18 C) 3
D) 1 E) 2

$A+B+C=180^\circ$, entonces

- $\operatorname{Sen}(A+B)=\operatorname{Sen}C$
- $\operatorname{Sen}(A+C)=\operatorname{Sen}B$
- $\operatorname{Sen}(B+C)=\operatorname{Sen}A$

## Resolución




Piden

$$E=\frac{\operatorname{Sen}C+\operatorname{Sen}A+\operatorname{Sen}B}{\operatorname{Sen}A}$$

Teorema de senos

$$\frac{6}{\operatorname{Sen}A}=\frac{5}{\operatorname{Sen}B}=\frac{7}{\operatorname{Sen}C}$$

$$\frac{6+5+7}{\operatorname{Sen}A+\operatorname{Sen}B+\operatorname{Sen}C}=\frac{6}{\operatorname{Sen}A}$$

$$\longrightarrow \frac{\operatorname{Sen}A+\operatorname{Sen}B+\operatorname{Sen}C}{\operatorname{Sen}A}=3$$

$\therefore E=3$

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

# GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe